**SOLUCIONARIO**

**PRUEBA FINAL MATEMÁTICAS BASICO**

1. A una reunión asistieron 20 personas. María bailó con siete chicos; Olga bailó con ocho chicos; Vilma bailó con nueve chicos; y así hasta llegar a Nina, que bailó con todos ellos. ¿Cuántos chicos había en la reunión?

Solución:

 Muchacha baila con 7 chicos, por tanto habría 8 personas

 Muchacha baila con 8 chicos, por tanto habría 10 personas

 Muchacha baila con 9 chicos, por tanto habría 12 personas

 Muchacha baila con 10 chicos, por tanto habría 14 personas

 Muchacha baila con 11 chicos, por tanto habría 16 personas

 Muchacha baila con 12 chicos, por tanto habría 18 personas

 Muchacha baila con 13 chicos, por tanto habría 20 personas

Por consiguiente hubo 13 chicos en la reunión.

2. Dadas las letras: a, b, c, d, e, f, g. Se puede aplicar las siguientes reglas:

1. Cambiar una letra por dos letras de acuerdo a la siguiente regla:



1. Si se encuentran dos letras iguales rodeando a otra, ellas se pueden quitar:



Muestre que a partir de una letra dada, podemos llegar a cualquiera de las otras letras.

Solución:















De esta manera podemos llegar de una letra cualquiera a otra cualquiera simplemente siguiendo la cadena de letras. Por ejemplo para llegar desde la letra b hacia la letra a solo bastará:



3. Sea . Probar la desigualdad:



Solución:





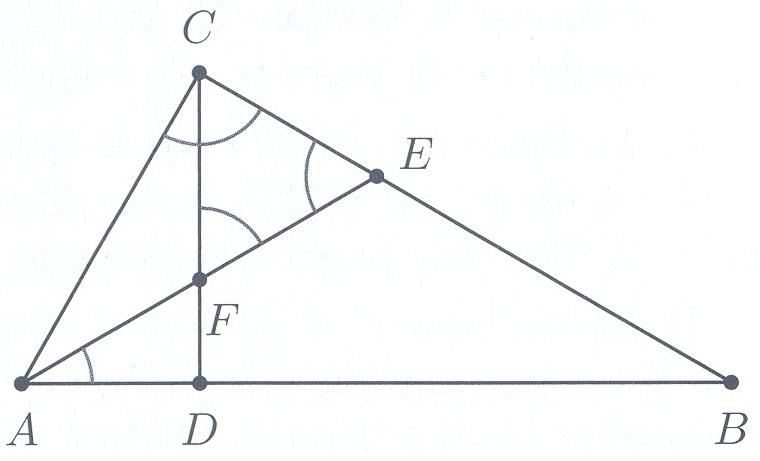




La desigualdad se cumple para todo 

4. Sea ABC un triángulo con . Sea D y E dos puntos en los segmentos AB y BC, tal que . Los segmentos AE y CD se intersectan en F. y CFE es un triángulo equilátero. Encuentre los ángulos del triángulo ABC.

Solución:



Si CFE es triángulo equilátero, tenemos que 

Esto implica que 

Luego:





Tenemos que  y . Entonces el triángulo ABC es la mitad de un triángulo equilátero y por tanto  y .

5.- Carlos escribe la lista de todos los números naturales menores que  que tienen exactamente dos dígitos  consecutivos. (Por ejemplo, , ,  están en la lista de Carlos, pero ,  no están en la lista de Carlos). Hallar cuántos números tiene la lista de Carlos.

Soluciones.

Vamos a separar los números en la lista de Carlos, por la cantidad de cifras:

De 1 cifra :

No hay ningún número

De 2 cifras :

Hay un solo número, el 11.

De 3 cifras :

Tenemos los de la forma , con , son 8.

Los de la forma , con , son 9.

En total serán

De 4 cifras :

Tenemos los de la forma , con , son en total

Tenemos de la forma , con , son en total

Tenemos de la forma , con , son en total

Entonces, hay números de 4 cifras que cumplen la condición.

Por lo tanto, la lista de Carlos tiene: 1+17+243=261 números.

6.- Si ; determine el valor del producto .

Tenemos una propiedad de los números reales, que nos dice que para y enteros, se cumple que , con . Por lo tanto, podemos expresar nuestro primer numerador como:

Por lo que,

De aquí también podemos expresarlo como:

el proceso seguiría:

;

Por lo que los valores serían : .

Y la respuesta sería: